

Б.Г. Зив В.М. Мейлер

ГЕОМЕТРИЯ

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ



для **7** КЛАССА

13-е издание

Москва
"Просвещение"
2007

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К—1

1°. На рисунке 157 луч OC является биссектрисой угла AOB . Найдите угол BOD , если угол AOB прямой.

2°. На прямой отмечены точки A, B, C, D так, что точка C лежит между точками A и B , а точка B принадлежит отрезку CD . $AC = 65$ см, $BD = 6,4$ дм. Сравните отрезки AB и CD .

3. Прямые AD и BC пересекаются в точке O . Внутри угла AOB взята точка M , а внутри угла COD — точка K . $\angle AOB = 80^\circ$, $\angle MOB = 30^\circ$, $\angle KOD = 40^\circ$.

а) Найдите углы AOM и COK .

б) Являются ли углы MOB и COK вертикальными?
Ответ объясните.

4*. Даны три прямые, каждая из которых пересекает хотя бы одну другую. Сколько всего точек пересечения могут иметь такие прямые?

Вариант 1

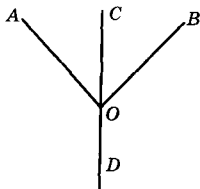


Рис. 157

К—1

1°. На рисунке 158 угол BOC прямой. Найдите $\angle 1$, если $\angle 2 = 70^\circ$.

2°. Точка C — середина отрезка AB , точка D — середина отрезка AC , $BD = 15,3$ см. Найдите длину отрезка AC . Ответ выразите в миллиметрах.

3. Отрезки PE и NM лежат на перпендикулярных прямых и пересекаются в точке K . Внутри угла PKN взята точка A , а внутри угла MKE — точка B , $\angle AKN = 40^\circ$, $\angle MKB = 50^\circ$.

а) Найдите углы PKA и BKE .

б) Лежат ли точки A, K, B на одной прямой? Ответ объясните.

4*. Расположите шесть отрезков так, чтобы каждый из них имел общие точки ровно с тремя другими и число всех этих точек было равно пяти.

Вариант 2

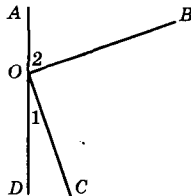


Рис. 158

К—1

1°. На рисунке 159 прямые AB и CD взаимно перпендикулярны. $\angle KOD = 135^\circ$. Является ли луч OK биссектрисой угла AOC ? Ответ объясните.

2°. На отрезке PH отмечены точки K и M так, что точка K лежит между точками P и M , $HK = 53,5$ см, $PM = 535$ мм. Сравните отрезки PK и HM .

3. Развернутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Точка E лежит в одной части, точка P — в другой; $\angle EOB = 50^\circ$, $\angle POB = 130^\circ$.

а) Равны ли углы EOB и POA ?

б) Являются ли углы EOB и POA вертикальными?

Ответы на вопросы объясните.

4*. Можно ли расположить шесть точек на четырех отрезках, не лежащих на одной прямой, так, чтобы каждому отрезку принадлежало по три точки?

Вариант 3

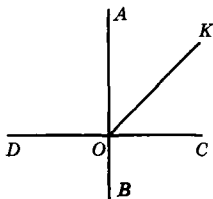


Рис. 159

К—1

1°. На рисунке 160 прямые a и b взаимно перпендикулярны. Найдите сумму углов 1 и 2.

2°. Точка E лежит на прямой между точками P и K , а точка K принадлежит отрезку EM ; $PE = 5$ см, $EK = 6$ см, $KM = 8$ см. Найдите расстояние между серединами отрезков PE и KM . Ответ выразите в миллиметрах.

3. Развернутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Луч OM лежит в одной части, а луч OK — в другой. Известно, что углы MOA и KOB прямые.

а) Равны ли углы $ВОМ$ и $КОА$?

б) Являются ли прямые MK и AB взаимно перпендикулярными?

Ответы на вопросы объясните.

4*. На сколько частей могут разделить плоскость три прямые, среди которых есть пересекающиеся?

Вариант 4

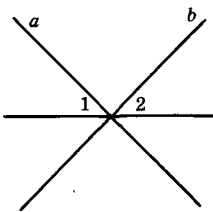


Рис. 160

К—2

1°. На рисунке 161 отрезки AB и CD имеют общую середину. Докажите, что треугольники AOC и BOD равны.

2°. Даны прямая и отрезок. Постройте точку, такую, чтобы перпендикуляр, опущенный из этой точки на прямую, равнялся данному отрезку.

3. В треугольнике ABC $AB = BC$. На медиане BE отмечена точка M , а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно. (Точки P , M и K не лежат на одной прямой.) Известно, что $\angle BMP = \angle BKM$. Докажите, что:

- углы BPM и BKM равны;
- прямые PK и BM взаимно перпендикулярны.

4*. Дан угол в 54° . Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 18° ?

Вариант 1

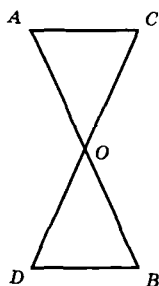


Рис. 161

К—2

1°. На рисунке 162 луч BD является биссектрисой угла ABC , а луч DB является биссектрисой угла ADC . Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

2°. Дан отрезок. Постройте две какие-либо взаимно перпендикулярные прямые и на одной из них от точки пересечения отложите отрезок, равный данному.

3. Внутри треугольника ABC взята точка O , причем $\angle BOC = \angle BOA$, $AO = OC$.

а) Докажите, что углы BAC и BCA равны.

б) Докажите, что прямая BO проходит через середину отрезка AC .

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в $11^\circ 15'$?

Вариант 2

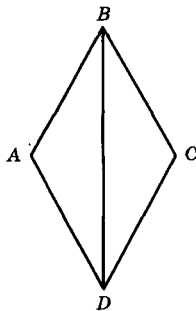


Рис. 162

К—2

Вариант 3

1°. На рисунке 163 отрезок AB равен отрезку CD , а отрезок BC равен отрезку AD . Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

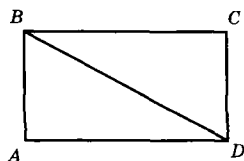


Рис. 163

2°. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте точку, удаленную от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

3. На высоте равнобедренного треугольника ABC , проведенной к основанию AC , взята точка P , а на сторонах AB и BC — точки M и K соответственно. (Точки M , P и K не лежат на одной прямой.) Известно, что $BM = BK$.

- Докажите, что углы BMP и BKP равны.
- Докажите, что углы KMP и PKM равны.

4*. Дан угол в 34° . Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 12° ?

К—2

Вариант 4

1°. На рисунке 164 отрезки AB и CD являются диаметрами окружности. Докажите, что треугольники AOD и BOC равны.

2°. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте какой-либо угол, равный данному, и на его стороне постройте точку, удаленную от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

3. На сторонах AB , BC , AC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отмечены точки M , K , P соответственно так, что $\angle AMP = \angle PKC$ и $AM = KC$.

- Докажите, что $MP = PK$.
- Докажите, что прямые MK и BP взаимно перпендикулярны.

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в $67^\circ 30'$?

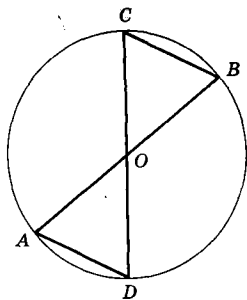


Рис. 164

К—3

1°. На рисунке 165 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 = 50^\circ$. Найдите $\angle 4$.

2°. Могут ли две стороны треугольника быть параллельными одной прямой?

3. На сторонах AB , BC , AC треугольника ABC отмечены точки T , P , M соответственно; $\angle MPC = 51^\circ$, $\angle ABC = 52^\circ$, $\angle ATM = 52^\circ$.

а) Найдите угол TMP .

б) Докажите, что прямые MP и BT имеют одну общую точку.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде полосы с параллельными краями (рис. 166). Как с помощью этого шаблона построить угол, равный данному?

Вариант 1

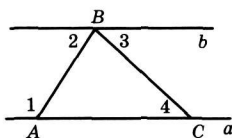


Рис. 165

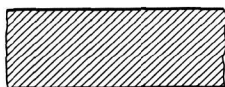


Рис. 166

К—3

1°. На рисунке 167 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 140^\circ$. Найдите $\angle 4$.

2°. Через точку, взятую во внутренней области угла ABC , проведена прямая, параллельная прямой AB . Пересекает ли эта прямая прямую BC ?

3. На прямой последовательно отложены отрезки AB , BC , CD . Точки E и P лежат по разные стороны от этой прямой. $\angle ABE = \angle PCD = 143^\circ$, $\angle PBD = 49^\circ$, $\angle ACE = 48^\circ$.

а) Докажите, что прямые BE и PC параллельны.

б) Докажите, что прямые PB и CE пересекаются.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде полосы с параллельными краями (рис. 168). Как с помощью этого шаблона построить два несмежных угла, дающих в сумме 180° ?

Вариант 2

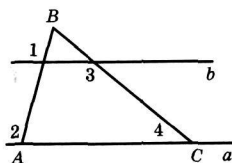


Рис. 167

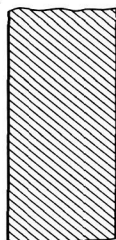


Рис. 168

1°. На рисунке 169 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 120^\circ$. Найдите $\angle 4$.

2°. Даны три прямые a , b , c ; $a \parallel b$, $b \parallel c$. Сколько общих точек имеют прямые a и c ?

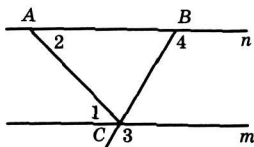


Рис. 169

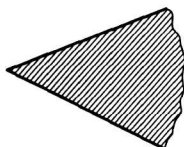


Рис. 170

3. Из точек A и B , лежащих по одну сторону от прямой, проведены перпендикуляры AC и BD к этой прямой; $\angle BAC = 117^\circ$.

а) Найдите угол ABD .

б) Докажите, что прямые AB и CD пересекаются.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде неразвернутого угла (рис. 170). Как построить с помощью этого шаблона два отрезка, лежащих на параллельных прямых?

1°. На рисунке 171 $\angle 1 = \angle 2$, $AB \perp a$. Найдите $\angle 3$.

2°. Даны три прямые a , b , c ; $a \parallel b$, прямая a пересекает прямую c . Сколько общих точек имеют прямые b и c ?

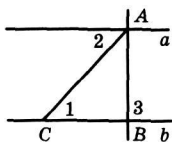


Рис. 171

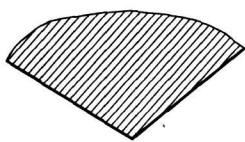


Рис. 172

3. На сторонах угла A , равного 43° , отмечены точки B и C , а внутри угла — точка D так, что $\angle ABD = 137^\circ$, $\angle BDC = 45^\circ$.

а) Найдите угол ACD .

б) Докажите, что прямые AB и DC имеют одну общую точку.

4*. Из картона вырезан шаблон в виде неразвернутого угла (рис. 172). Как с помощью этого шаблона и линейки без делений проверить параллельность двух прямых?

1°. В треугольнике ABC $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. Сравните отрезки AC и BC .

2°. Даны два треугольника ABC и MPK , $\angle A = \angle M = 90^\circ$, $\angle C = \angle K$, $BC = KP$, $AC = \frac{1}{2}BC$. Найдите угол P .

3. В треугольнике ABC $\angle A = 90^\circ$, $\angle C = 15^\circ$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle DBC = 15^\circ$.

а) Докажите, что $BD = 2AB$.

б) Докажите, что $BC < 4AB$.

4*. В треугольнике все стороны имеют разные длины. Можно ли этот треугольник разрезать на равносторонние треугольники?

1°. В треугольнике ABC $AB > BC > AC$. Найдите $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, если известно, что один из углов треугольника равен 120° , а другой 40° .

2°. В треугольниках ABC и MKP $\angle A = \angle M = 90^\circ$, $AB = MP$, $BC = KP$, $\angle B = 30^\circ$. Докажите, что $KM = \frac{1}{2}KP$.

3. В треугольнике ABC $\angle C = 60^\circ$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle BDC = 60^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$.

а) Докажите, что $AD = BC$.

б) Докажите, что периметр треугольника ABC меньше пяти длин отрезка BC .

4*. Можно ли из каких-либо четырех равнобедренных треугольников сложить равнобедренный треугольник?

1°. Внешний угол при вершине B треугольника ABC равен 40° , а один из внутренних углов этого треугольника равен 20° . Сравните отрезки AB и BC .

2°. Даны треугольники ABC и MPK , где $\angle A = \angle M = 90^\circ$, $BC = PK$, $\angle C = \angle K$. Докажите, что $AB + PK > AC$.

3. В треугольнике ABC угол B прямой, BD — высота.

а) Докажите, что $\angle A = \angle DBC$.

б) Докажите, что если $\angle A < \angle C$, то $AD > DC$.

4*. Можно ли какой-либо прямоугольный треугольник разрезать на два треугольника, один из которых равносторонний, другой равнобедренный?

1°. В треугольнике ABC углы A и C равны, BD — высота треугольника. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

2°. В треугольнике ABC угол A прямой, угол C равен 60° . Докажите, что $AB < 2AC$.

3. На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены точки M и N соответственно так, что углы ABC и CMN равны.

а) Докажите, что углы MNC и CAB равны.

б) Докажите, что если $MN < CM$, то $AB < BC$.

4*. В треугольнике все стороны имеют разные длины. Можно ли этот треугольник разрезать на два равных треугольника?

В треугольнике ABC $\angle A = \angle C = 45^\circ$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его на стороне AB .

б)° Докажите, что медиана BD делит треугольник ABC на два равных треугольника.

в) Докажите, что прямая BK , перпендикулярная медиане BD треугольника ABC , не имеет общих точек с прямой AC .

г) Докажите, что прямая BK , перпендикулярная медиане BD треугольника ABC , содержит биссектрису одного из внешних углов этого треугольника.

д)* Возможно ли равенство $AE = EC$, если точка E не лежит на прямой, содержащей медиану BD треугольника ABC ?

В треугольнике ABC $\angle A = \angle C = 60^\circ$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его по стороне AB .

б)° Докажите, что треугольник MBH равен треугольнику HKS , если M , H , K — середины сторон AB , BC и AC треугольника ABC соответственно.

в) Найдите угол BMH и докажите, что $MH \parallel AC$, если M и H — середины сторон AB и BC соответственно.

г) Докажите, что расстояние от точки B до прямой NM равно расстоянию между прямыми MH и AC , если M и H — середины сторон AB и BC треугольника ABC соответственно.

д)* Как построить точку, равноудаленную от вершин треугольника ABC ?

К—5

Вариант 3

В треугольнике ABC $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$.

а)° Установите вид треугольника и постройте его по стороне AB .

б)° Докажите, что треугольники CMA и ABC равны, если точка M расположена вне треугольника ABC так, что $MA \parallel BC$ и $MC \parallel AB$.

в) Докажите, что $AB \perp MA$, $BC \perp MC$, $CM \perp MA$, если точка M расположена вне треугольника ABC и $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$.

г) Найдите угол BOA , если O — середина отрезка AC .

д)* Можно ли провести окружность через точки A , B , C , M , если точка M расположена вне треугольника ABC и $MA \parallel BC$, $MC \parallel AB$?

К—5

Вариант 4

Равные отрезки AB и CD пересекаются в точке O , которая является серединой каждого из них, причем $AD = AO$.

а)° Установите вид треугольника ADO и постройте отрезки AB и CD , о которых говорится в условии задачи, если дан отрезок AD .

б)° Докажите, что $BC \parallel AD$.

в) Сравните отрезки OM и CO , если M — середина отрезка AD .

г) Найдите угол AEC , если E — точка пересечения биссектрис углов BCO и DAO .

д)* Является ли точка O серединой отрезка MH , если M — середина AD , H — середина BC ?
